

Additional Mathematics

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 10

รูปเรขาคณิตสามมิติ

ชื่อ .....

ชั้น ..... เลขประจำตัว .....

โรงเรียน .....

ครูผู้สอน....

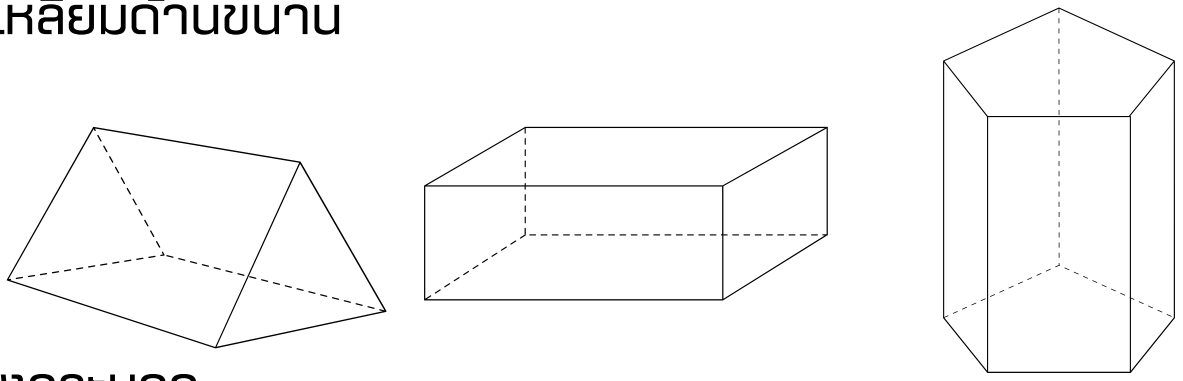
พิชญุตม์ ราชเดิม(PunPitchy)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Best Friend Forever School

10.1 ประเภทของรูปเรขาคณิตสามมิติ

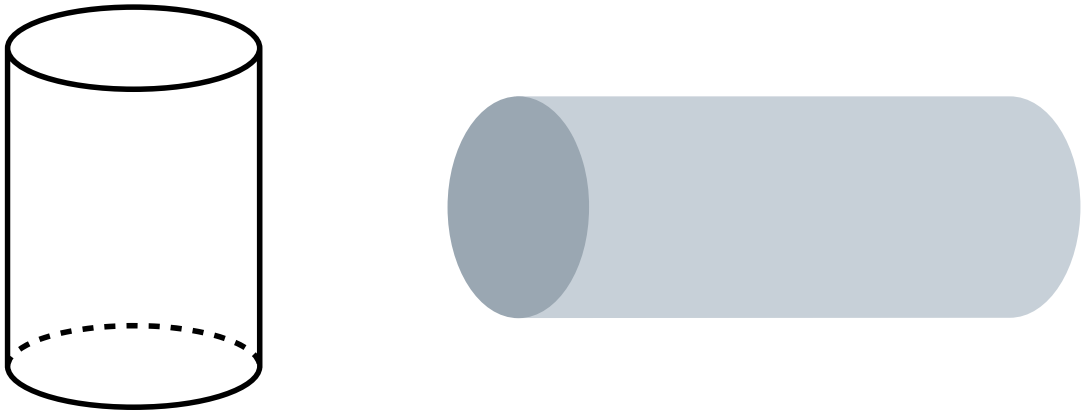
1.ปริซึม

คือรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมสองด้าน ที่เท่ากันทุกประการ บนระนาบเดียวกัน ด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



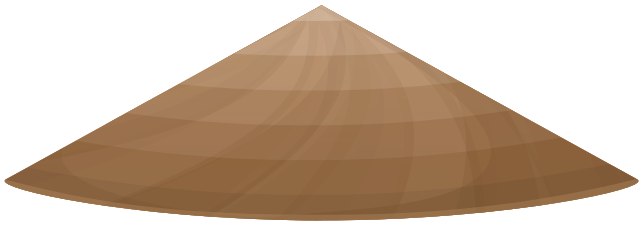
2.ทรงกระบอก

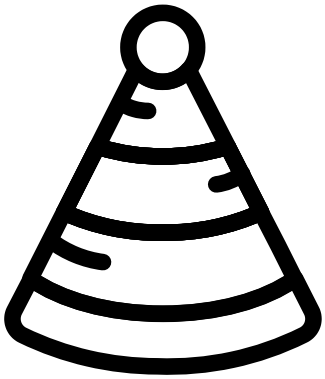
มีฐานทั้งสองด้านที่เป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ



3.ทรงกรวย

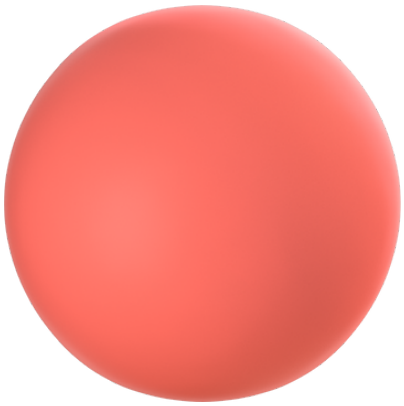
มีฐานเป็นรูปวงกลมและมียอดแหลม เมื่อความสูงจากวงกลมเพิ่มขึ้นเรื่อยๆหรือแกน y เพิ่มขึ้น แกน x ลดลง ถ้าทรงกรวยทรงหนึ่งมีความสูง 8 เมตร จะเขียนเป็นสมการของฟังก์ชั่นลิมิตได้ว่า $\lim_{x \to 0} f(x) = 8$

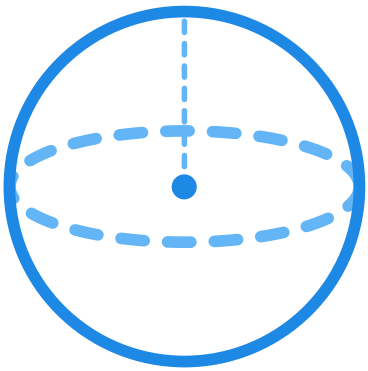




4.ทรงกลม

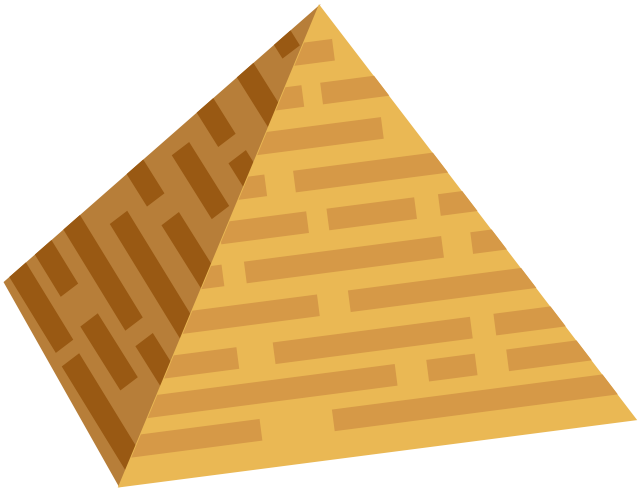
มีลักษณะเรียบๆกลมๆ และจุดบนพื้นผิวห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากันเสมอ หรือรัศมีเท่ากันทุกประการ

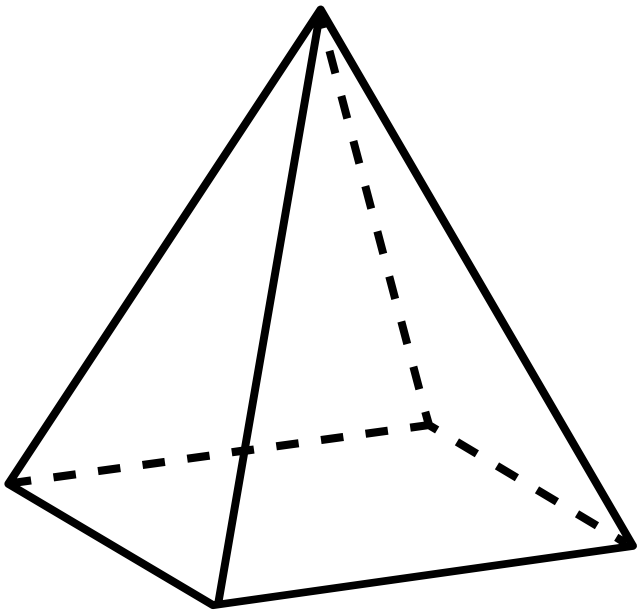




5.พีระมิด

คือรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม มียอดแหลม มีหน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม





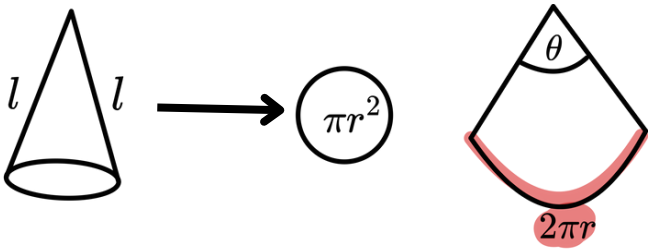
10.2 พื้นที่ผิวทรงสามมิติ

1.ปริซึม
คือการนำพื้นที่ฐานทั้งสองด้านที่เท่ากันมารวมกับพื้นที่ผิวข้าง
จึงได้สูตรว่า 2(พื้นที่ฐาน)+พื้นที่ผิวข้าง
เมื่อ พื้นที่ผิวข้าง = ความยาวรอบฐาน•สูง

2.ทรงกระบอก
คือการคลี่ทรงกระบอกออกมา จะได้วงกลมสองวงรวมกับ
สี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 รูป ที่กว้าง = เส้นรอบวงของวงกลม และสูง = ความสูงขอ
ทรงกระบอก
นั่นคือ $2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi r(r+h)$

3.ทรงกรวย
เมื่อคลี่ทรงกรวยออกมาจะได้ รูปวงกลม 1 วง และเซคเตอร์รูปหนึ่ง
ดังรูป



พิจารณาเซคเมนต์จะได้สมการ

$$2\pi r = \frac{\theta}{360} \times 2\pi l$$

$$r = \frac{\theta}{360} \times l$$

$$\frac{\theta}{360} \times \pi l^2 + \pi r^2$$

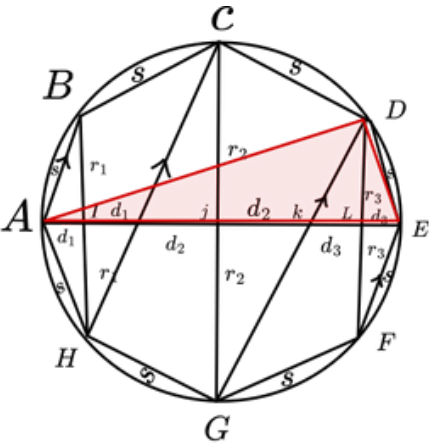
$$\pi l(\frac{\theta}{360} \times l) + \pi r^2$$

$$\pi rl + \pi r^2$$

$$\pi r(l+r)$$

รูปเรขาคณิตสามมิติ หน้าที่ 5

4.ทรงกลม



$$\frac{r_1}{d_1} = \frac{r_2}{d_2} = \frac{r_3}{d_3} = \frac{\overline{AD}}{s}$$

$$r_1 s = d_1 \overline{AD}$$
$$r_2 s = d_2 \overline{AD}$$
$$r_3 s = d_3 \overline{AD}$$

$$r_1 s + r_2 s + r_3 s = d_1 \overline{AD} + d_2 \overline{AD} + d_3 \overline{AD}$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = \frac{(d_1 + d_2 + d_3)\overline{AD}}{s}$$

$$And \;\; d_1 + d_2 + d_3 = \frac{\overline{AE}}{2} \quad then \; \boxed{r_1 + r_2 + r_3 = \frac{(\overline{AE})(\overline{AD})}{2s}}$$

$$Surface\;\; Area\;\; of\;\; model = \pi r_1 s + \pi(r_1 + r_2)s + \pi(r_2 + r_3)s + \pi r_3 s$$

$$= \pi_s(r_1 + r_2 + r_3 + r_1 + r_2 + r_3)$$

$$= 2\pi s(r_1 + r_2 + r_3)$$

$$= \cancel{2}\pi\cancel{s}\,\frac{(\overline{AE})(\overline{AD})}{\cancel{2}\cancel{s}} = \pi(\overline{AE})(\overline{AD})$$

$$= \pi(2r)(2r)$$

$$\boxed{= 4\pi r^2}$$

$\overline{AE} = Diameter = 2(Radius)$

$\lim(\overline{AD}) = Diameter = 2(Radius)$
$n \to \infty$

$n =$ จำนวนเหลี่ยม

5.พีระมิด
พื้นที่ผิวพีระมิดเกิดจากการ นำพื้นที่ผิวข้างทั้งหมด
ซึ่งคือ สามเหลี่ยม = 1/2 • ฐาน • สูงเอียง • จำนวนหน้า
รวมเข้ากับพื้นที่ฐาน
นั่นคือ พื้นที่ผิวพีระมิด = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน

10.3 ปริมาตรของทรงสามมิติ

1.ปริซึม = พื้นที่ฐาน • สูง หรือ $BA \times h$

2.ทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน • สูง ซึ่งพื้นที่ฐานของรงกระบอกนั้น
เป็นรูปวงกลม จึงจะได้ ปริมาตรทรงกระบอกคือ $\pi r^2 h$

3.พีระมิด
จากการศึกษาของนักคณิตศาสตร์ เห็นว่า เมื่อเรานำทรงพีระมิดตรง
พื้นที่ฐานและสูง = BA และh มาเทียบกับทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ที่พื้นที่ฐานและสูงเท่ากัน เมื่อเราแบ่งทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากออกเป็น
3 ส่วนเท่าๆกัน จะได้พีระมิดเบี้ยวที่มีปริมาตร 1/3•BA•h

จากนั้น นำพีระมิดเบี้ยวจากการแบ่งมาเทียบการพีระมิดตรง โดยสมมติว่าเกิดจากการนำแผ่นดระดาษหลายๆแผ่นวางซ้อนกัน โดยเราจะดันให้ พีระมิดเบี้ยวตรงได้เนื่องจากเกิดจากการวางกระดาษซ้อนกัน หรือนำแผ่นกระดาษของทั้งสองกองในแต่ละระดับชั้นมาเทียบกันทจะเห็นว่ามันเท่ากันทุกระดับชั้น ดังนั้น จะได้ว่าปริมาตร พีระมิดเบี้ยว = พีระมิดตรง $= \frac{1}{3}BAh$

4.ทรงกรวย

นำทรงกรวยที่มีพื้นที่ฐานเท่ากับพีระมิดมาเทียบกัน โดยใช้วิธีการเดิมคือสมมติเป็นการนำกระดาษมาซ้อนกัน ดังนั้นปริมาตรของทรงกรวย ก็จะมีปริมาตรเป็น 1/3•พื้นที่ฐาน•สูง

หรือ $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

5.ทรงกลม

ทำการแบ่งทรงกลมออกเป็นทรงพีระมิดจำนวน n รูป จะได้พีระมิดที่มีความสูงเท่ากับรัศมีของทรงกลม และพื้นฐานคิดเป็น 1/n เท่าของพื้นที่ผิวทรงกลม คือ $\frac{4\pi r^2}{n}$

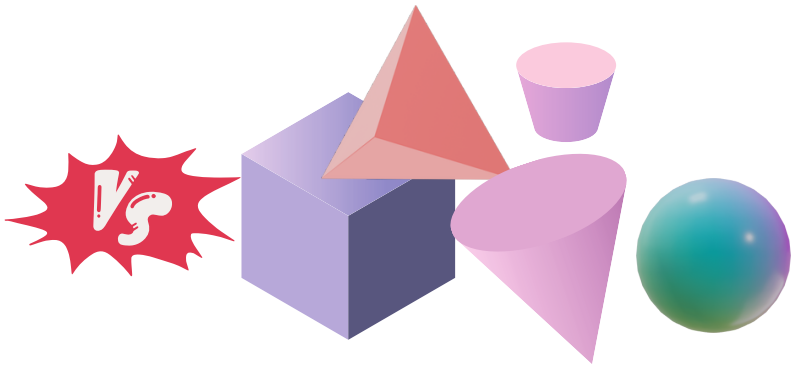
ดังนั้น ปริมาตรของพีระมิด 1 ทรง เท่ากับ $\frac{1}{3} \times \frac{4\pi r^2}{n} \times r = \frac{4\pi r^3}{3n}$

พิจารณา พีระมิด n ทรง = ปริมาตรทรงกลม

ปริมาตรทรงกลม = $\frac{4\pi r^3}{3n} \times n = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4}{3}\pi r^3$

แบบฝึกหัด ชุด นักคณิตศาสตร์ปะทะเรขาสามมิติ





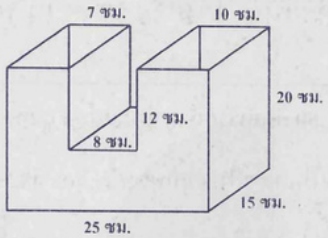
1.ลูกบอลลูกหนึ่งมีลักษณะเป็นทรงกลมที่ระยะห่างจากพื้นที่ผิว จุด A ไปถึงจุดศูนย์กลางเท่ากับ 2 เซนติเมตร จงหาปริมาตรของลูกบอลนี้

2.ทรงกรวยที่มีความสูงเท่ากับพีระมิด แต่มีปริมาตรมากกว่าอยู่ 10π ตารางเมตร ถ้ากำหนดให้พื้นที่ฐานของพีระมิดเท่ากับ 15π ตารางเมตร จะมีปริมาตรเท่าใด

3.ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีพื้นที่ผิวเป็น 3 เท่าของปริมาตร จงหาว่าปริมาตรของลูกบาศก์นี้น้อยกว่าพื้นที่ผิวอยู่เท่าใด

4.(ONet 65)

ภาชนะรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบด้วยทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีขนาดดังรูป



เมื่อเทน้ำลงในภาชนะ 5,550 ลูกบาศก์เซนติเมตร พบว่าระดับน้ำทั้งสองข้างสูงเท่ากัน อยากทราบว่าระดับน้ำต่ำกว่าปากภาชนะกี่เซนติเมตร

รูปเรขาคณิตสามมิติ หน้าที่

มนุษย์จะเข้าใจธรรมชาติของเอกภพที่พระเจ้าสร้าง
ด้วยคณิตศาสตร์เท่านั้น

Johanses Kepler
(นักดาราศาสตร นักโหราศาสตร์ นักคณิตศาสตร์
ชาวเยอรมัน)